

Algoritmide ja andmestruktuuride eksamitöö

20. jaanuar 2005
Variant A

1 Teooriaküsimused

1. Pane kirja pistemeetodil sorteerimise algoritm (**5 punkti**). Mis on selle algoritmi keerukus halvimal (**1 punkt**) ja parimal juhul (**1 punkt**)?
2. Mitu võrdlemist läheb vähemalt vaja selleks, et leida n -elementilise massiivi minimaalne element, kui ainus massiivi elementidega teha lubatud tehe on kahe elemendi võrdlemine (**2 punkti**)? Anna ka selle alamtõkke tõestus (**8 punkti**).
3. Milliseid operatsioone ja millise keerukusega toetab paisktabel, kus põrkeid lahendatakse lahtise adresseerimise meetodil (**3 punkti**)? Kirjelda kasutatavaid andmestruktuure (**3 punkti**) ja neid operatsioone realiseerivaid algoritme (**5 punkti**).
4. Kirjelda Kruskali algoritmi graafi minimaalse kaaluga aluspuu leidmiseks (**7 punkti**).
5. Kirjelda, kuidas kontrollida logaritmilises ajas, kas mingi punkt kuulub mingi kumera hulknurga (mis on antud oma tippude koordinaatide järjendina, kumerust tuleb lihtsalt eeldada) sisepiirkonda (**8 punkti**).

Materjalide kasutamine pole lubatud.

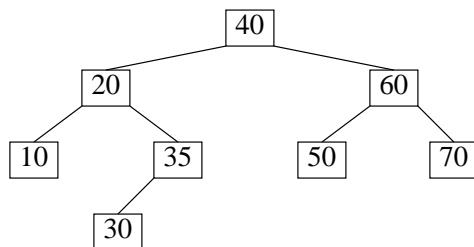
2 Ülesanded

Vaata lehe teist poolt. Materjalide kasutamine on lubatud (enne too teooriaküsimuste vastused ära). Ülesannete eest saab kokku ülimalt 42 punkti.

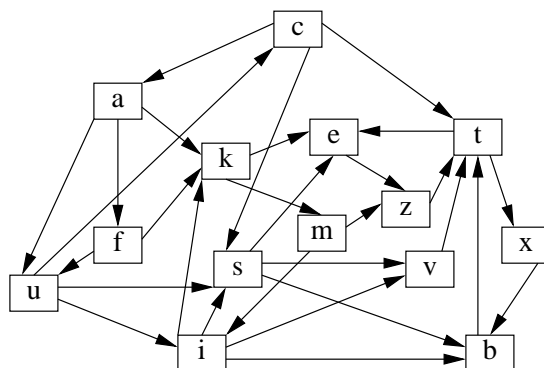
3 Praktikumihinne

$\lfloor \frac{p-50}{3.031} + 0.5 \rfloor$ punkti, kus p on Jüri Kiho pandud punktiarv.

Ülesanne 1 (10 punkti). Rakenda allolevale AVL-puule toodud järjekorras (s.t. iga operatsiooni rakendatakse eelmise operatsiooni tulemusele) järgmisi operatsioone: „lisa 32“, „lisa 37“, „eemalda 60“, „eemalda 50“. Joonista puu peale iga operatsiooni.



Ülesanne 2 (10 punkti). Leia alloleva graafi tugevalt sidusad komponendid.



Ülesanne 3 (10 punkti). Leia sõnede abadbdcba ja aabcadbcbab pikim ühine osasõne.

Ülesanne 4 (25 punkti). Konstrueeri andmestruktuur, mille sisuks on mingi täisarvude hulk S (tegelikult multihulk — me lubame elementide kordumist) ja mis toetab järgmisi operatsioone:

- $LISA(S, x)$ lisab hulka S elemendi x ;
- $KUSTUTA-SUUREM-POOL(S)$ kustutab hulgast S $\lfloor |S|/2 \rfloor$ suuremat elementi.

Kirjelda, kuidas hoitakse andmeid ning pane kirja mõlema meetodi pseudokood. Realiseeri seejuures andmestruktuur nii, et mõlema meetodi amortiseeritud keerukus oleks konstantne. Tõesta, et realisatsioon tõepoolest selline on.

Vihjed. S realiseeri massiivina ilma mingi täiendava struktuurita või järjekorrata elementidel. Kustutades leia massiivi suuruselt $\lfloor |S|/2 \rfloor$ -s element ning kopeeri S -i allesjäävad elemendid ümber. Amortiseeritud keerukuse tõestuses võta potentsiaaliks $|S|$.

Ülesanne 5 (20 punkti). Tõesta formaalselt järgmise programmi täielik korrektsus (eel- ja järeltingimus on antud vastavalt enne ja pärast programmi; tsükliinvariant tuleb ise leida).

```

{a ≥ 0 ∧ b > 0 ∧ a₀ = a}
r := 0
while a ≥ b do
  a := a - b
  r := r + 1
od
{r = ⌊a₀/b⌋}
  
```

Algoritmide ja andmestruktuuride eksamitöö

20. jaanuar 2005
Variant B

1 Teooriaküsimused

1. Pane kirja kuhjameetodil sorteerimise algoritm (**5 punkti**). Mis on selle algoritmi keerukus halvimal (**1 punkt**) ja parimal juhul (**1 punkt**)?
2. Milliseid operatsioone ja millise keerukusega toetab klasside kujutamine Galler-Fisher'i meetodil (**3 punkti**)? Kirjelda kasutatavaid andmestruktuure (**3 punkti**) ja neid operatsioone realiseerivaid algoritme (**5 punkti**).
3. Kirjelda Primi algoritmi graafi minimaalse kaaluga aluspuu leidmiseks (**7 punkti**). Mis on selle algoritmi keerukus, kui kasutatakse kahendkuhja (**1 punkt**)?
4. Defineeri prefikskood (**2 punkti**). Millist tingimust rahuldavad Huffmani koodid (**2 punkti**)? Kirjelda Huffmani koodi leidmise algoritmi (**8 punkti**).
5. Kirjelda punktihulga kumera katte leidmist Jarvise mähkimismeetodil (**5 punkti**).

Materjalide kasutamine pole lubatud.

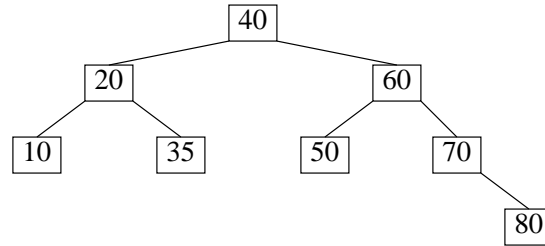
2 Ülesanded

Vaata lehe teist poolt. Materjalide kasutamine on lubatud (enne too teooriaküsimuste vastused ära). Ülesannete eest saab kokku ülimalt 42 punkti.

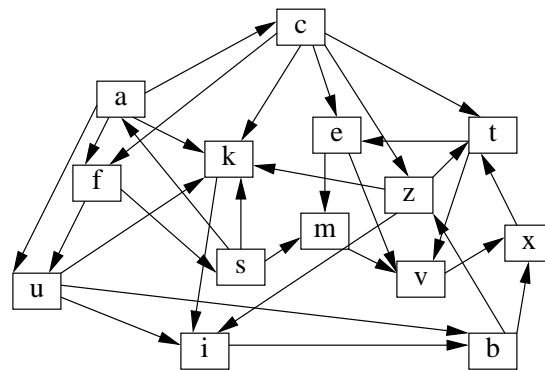
3 Praktikumihinne

$\lfloor \frac{p-50}{3.031} + 0.5 \rfloor$ punkti, kus p on Jüri Kiho pandud punktiarv.

Ülesanne 1 (10 punkti). Rakenda allolevale AVL-puule toodud järjekorras (s.t. iga operatsiooni rakendatakse eelmise operatsiooni tulemusele) järgmisi operatsioone: „lisa 75“, „eemalda 50“, „lisa 63“, „lisa 67“. Joonista puu peale iga operatsiooni.



Ülesanne 2 (10 punkti). Leia alloleva graafi tugevalt sidusad komponendid.



Ülesanne 3 (10 punkti). Leia sõnede *acdaabdab* ja *cbadabbcbda* pikim ühine osasõne.

Ülesanne 4 (25 punkti). Konstrueeri andmestruktuur, mille sisuks on mingi täisarvude hulk S (tegelikult multihulk — me lubame elementide kordumist) ja mis toetab järgmisi operatsioone:

- $LISA(S, x)$ lisab hulka S elementi x ;
- $KUSTUTA-SUUREM-POOL(S)$ kustutab hulgast S $\lfloor |S|/2 \rfloor$ suuremat elementi.

Kirjelda, kuidas hoitakse andmeid ning pane kirja mõlema meetodi pseudokood. Realiseeri seejuures andmestruktuur nii, et mõlema meetodi amortiseeritud keerukus oleks konstantne. Tõesta, et realisatsioon tõepoolest selline on.

Vihjed. S realiseeri massiivina ilma mingi täiendava struktuurita või järjekorrata elementidel. Kustutades leia massiivi suuruselt $\lfloor |S|/2 \rfloor$ -s element ning kopeeri S -i allesjäävad elemendid ümber. Amortiseeritud keerukuse tõestuses võta potentsiaaliks $|S|$.

Ülesanne 5 (20 punkti). Tõesta formaalselt järgmise programmi täielik korrektsus (eel- ja järeltingimus on antud vastavalt enne ja pärast programmi; tsükliinvariant tuleb ise leida).

```

{a ≥ 0 ∧ b > 0 ∧ a₀ = a}
r := 0
while a ≥ b do
  a := a - b
  r := r + 1
od
{r = ⌊a₀/b⌋}
  
```