

# Algoritmide ja andmestruktuuride eksamitöö

18. jaanuar 2006

## 1 Teooriaküsimused

1. Pane kirja ühildusmeetodil sorteerimise algoritm (**5 punkti**). Mis on selle algoritmi keerukus halvimal (**1 punkt**) ja parimal juhul (**1 punkt**)? Anna ka tõestus halvima juhu jaoks (**5 punkti**).
2. Kirjelda, kuidas leida (sorteerimata) massiivi  $a_1, \dots, a_n$  suuruselt  $k$ -ndat elementi keskmise keerukusega  $O(n)$  (**5 punkti**).
3. Defineeri kahendotsimise puu (**3 punkti**) ja AVL-puu (**3 punkti**). Kirjelda tippude lisamist kahendotsimise puusse (**4 punkti**) ja kustutamist sealt (**4 punkti**).
4. Kirjelda Kruskali algoritmi graafi minimaalse kaaluga aluspuu leidmiseks (**7 punkti**).
5. Kirjelda, kuidas kontrollida, kas kaks sirglõiku (mis on antud oma otspunktide koordinaatidega) lõikuvad, kasutamata sealjuures jagamistehet (**5 punkti**).

Materjalide kasutamine pole lubatud.

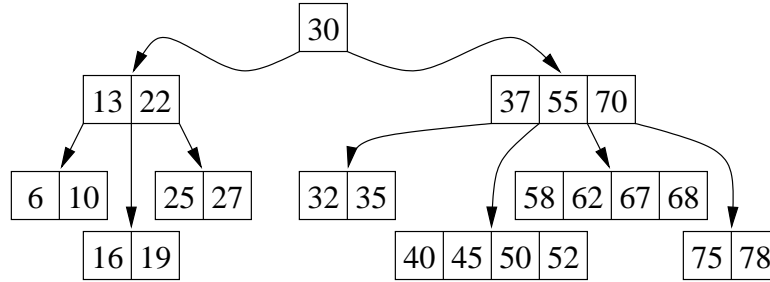
## 2 Ülesanded

Vaata lehe teist poolt. Materjalide kasutamine on lubatud (enne too teooriaküsimuste vastused ära). Ülesannete eest saab kokku ülimalt 42 punkti.

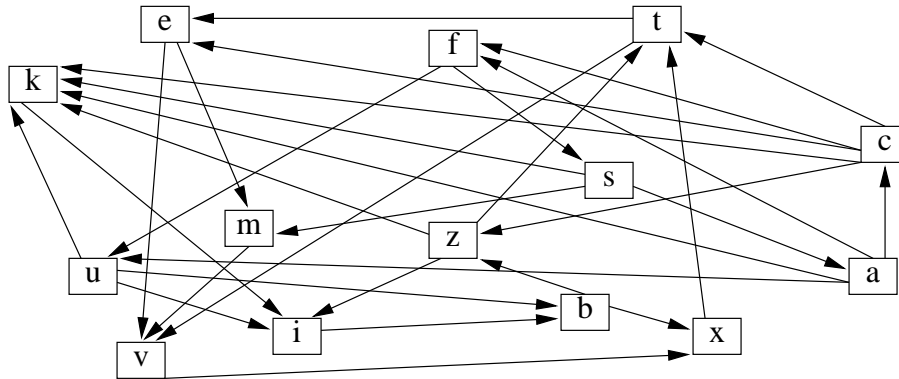
## 3 Praktikumihinne

E — 0 punkti, D — 4 punkti, C — 8 punkti, B — 12 punkti, A — 16 punkti.

**Ülesanne 1 (10 punkti).** Rakenda allolevale viiendat järku B-puule toodud järjekorras (s.t. iga operatsiooni rakendatakse eelmise operatsiooni tulemusel) järgmisi operatsioone: “lisa 43”, “lisa 65”, “eemalda 75”, “eemalda 16”. Joonista puu peale iga operatsiooni.



**Ülesanne 2 (10 punkti).** Leia alloleva graafi tugevalt sidusad komponendid.



**Ülesanne 3 (10 punkti).** Leia sõnede abaacb d a c b a d b b a ja c b a c b c d d a a b c a pikim ühine osasõne.

**Ülesanne 4 (25 punkti).** Olgu meil antud puu  $T = (V, E)$ , mis on mälus kujutatud standardkujul (puu on suunamata graaf, seega on iga serv kujutatud kaks korda — oma mõlema otstipu juures). Olgu  $\ell(e)$  serva  $e \in E$  pikkus. Kirjuta algoritm, mis leiab puu kõigi tippude kaugused kõigist teistest tippudest. Maksimumpunktide saamiseks peab ta töötama ajas  $O(|V|^2)$ .

**Ülesanne 5 (20 punkti).** Tähistagu kirjutusviis  $\mathcal{N}(a, i, j, x, k)$ , kus  $i \leq j$ , et massiivielement  $a[x]$  on elementide  $a[i], a[i+1], \dots, a[j]$  seas väiksuselt  $k$ -ndal kohal. Teisisõnu, kui me massiivi  $a$  lõigu  $i$ -st  $j$ -ni mittekahanevalt sorteeriksime, siis oleks nende elementide seas  $k$ -ndal kohal seisev arv võrdne  $a[x]$ -ga. Tõesta formaalselt paremal oleva programmi täielik korrektsus (eel- ja järeltingimus on antud vastavalt enne ja pärast programmi, tsükliinvariant tuleb ise leida).

```

    {n ≥ 2}
    x := min(a[1], a[2])
    y := max(a[1], a[2])
    i := 3
    while i ≤ n do
        if a[i] < y then
            if a[i] < x then
                y := x
                x := a[i]
            else
                skip
        fi
    else
        y := a[i]
    fi
    i := i + 1
od
    {N(a, 1, n, y, 2)}

```