

- Näita, et kui  $G$  on  $n$  tipu,  $m$  serva ja  $k$  sidususkomponendiga lihtgraaf, siis  $m \leq \frac{1}{2}(n - k)(n - k + 1)$ .
- Näita, et sidus graaf on puu parajasti siis, kui ta on kahealuseline ja iga kahe tipu jaoks on nendevaheline lühim tee unikaalne.
- Tõesta, et puus  $T$ , kus  $|V(T)| \geq 2$ , on  $2 + \sum_{v \in V(T)} \max\{0, \deg(v) - 2\}$  lehte.
- Graafi  $G = (V, E)$  *tsentrid* on sellised tipud  $v \in V$ , mille jaoks  $\max_{u \in V} d(u, v)$  on minimaalne.  
Näita, et puu tsentriteks on kas üks tipp või kaks naabertippu.
- Olgu  $G = (V, E)$  graaf ja defineerime  $r(G) = \min_{v \in V} \max_{u \in V} d(u, v)$  ja  $d(G) = \max_{u, v \in V} d(u, v)$ . Näita, et  $d(G) \leq 2 \cdot r(G)$ . Näita, et kui  $G$  on puu, siis  $r(G) = \lceil \frac{1}{2}d(G) \rceil$ .  
 $r(G)$  — graafi  $G$  *radius*.  $d(G)$  — graafi  $G$  *diameeter*.
- Kas suvalise sidusa graafi suvalisel kahel aluspuul on ühine serv?
- Näita, et kuupgraafi  $Q_n$  suvalise aluspuu diameeter on vähemalt  $2n - 1$ . Konstrueeri  $Q_n$  aluspuu diameetriga  $2n - 1$ .

- Graafi  $G = (V, E)$  lõige on selline minimaalne (sisalduvuse mõttes) servade hulk  $E' \subseteq E$ , nii et graaf  $G = (V, E \setminus E')$  ei ole sidus. Näita, et kui graafis  $G = (V, E)$  leidub kaks tsüklit [lõiget], mis mõlemad sisaldavad serva  $e \in E$ , siis leidub seal ka tsükkel [lõige], mis ei sisalda serva  $E$ .
- Tõesta, et suvalise tsükli ja suvalise lõike ühisossa kuulub paarisarv servi.
- Tõesta, et kui  $G = (V, E)$  on graaf ja  $S \subseteq E$  on selline, et  $S$ -i ühisossa graafi  $G$  suvalise lõikega kuulub paarisarv servi, siis on  $S$  tükeldatav tsükliteks.
- Näita, et graafi igal aluspuul ja igal lõikel on ühisosa.

Min. kaaluga aluspuu leidmise ülesandeid ei ole. Neid tehke kodus...