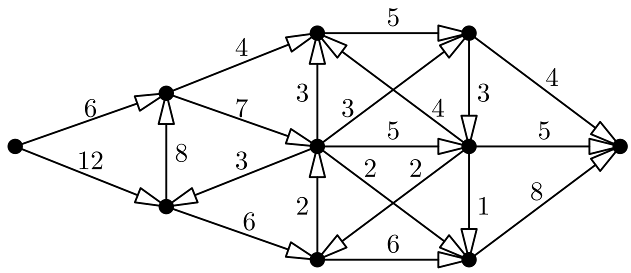
Graafid, 2. kontrolltöö

16.12.2003

Iga ülesande eest saab kuni 10 punkti
Töö eest saab max. 50 punkti

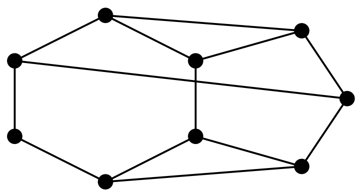
1. Leia mingi maksimaalne voog ja minimaalne lõige järgmises võrgus.



2. Olgu $G = (V, E)$ mingi silmusteta graaf, millel on vähemalt $|E|$ erinevat aluspuud. Näita, et sel juhul leidub graafi G aluspuude komplekt $\{T_e\}_{e \in E}$ nii, et
   - kui $e, e' \in E$ ja $e \neq e'$, siis $T_e \neq T_{e'}$;
   - kui $e \in E$, siis $e \in E(T_e)$.

3. Olgu G mingi graaf, olgu M tema mingi maksimaalne kooskõla ja K mingi minimaalne kate. Näita, et $|K| \leq 2 \cdot |M|$.

4. Leia $\chi'(G)$, kus G on järgmine graaf.



5. Olgu G sidus tasandiline graaf, mille iga tipu aste on vähemalt 3 ja mille joonisel on ülimalt 10 tahku. Näita, et graafis G on ülimalt 16 tippu.

6. Ütleme, et mingi graaf on *välistasandiline*, kui ta on tasandiline ja tal leidub selline joonis, kus kõik tipud külgnevad lõpmatu tahuga. Näita, et graaf on välistasandiline parajasti siis, kui temas ei leidu alamgraafi, mis oleks homöomorfne graafiga K_4 või $K_{2,3}$.

7. Kas leidub graafe, mille kromaatiline polünoom on $k^6 - 4k^5 + 6k^4 - 3k^3$? Kui jah, siis leia kõik sellised lihtgraafid.

8. Olgu $n \in \mathbb{N}$ ja olgu G selline lihtgraaf, et $K_n \leq G$. Näita, et siis iga $k \geq n$ jaoks $P_{K_n}(k) \mid P_G(k)$.