

Graafide eksami teooriaküsimused

26. jaanuar 2004

1. Defineeri Hamiltoni tsükkel, Hamiltoni ahel, Hamiltoni graaf, pool-Hamiltoni graaf (**4 punkti**).
2. Sõnasta ja tõesta Ore teoreem (**15 punkti**).
3. Defineeri sidusa graafi aluspuu (**2 punkti**).
4. Kirjelda algoritmi sidusa graafi, mille igal serval on antud mingi kaal, minimaalse kaaluga aluspuu leidmiseks. Tõesta selle algoritmi korrektsus (**15 punkti**).
5. Defineeri klikk ja sõltumatu hulk (**2 punkti**).
6. Defineeri Ramsey arvud $r(k, l)$ (**2 punkti**).
7. Näita, et kui $k > 1$, siis $r(k, k) \geq 2^{k/2}$ (**15 punkti**).
8. Defineeri graafi tippude korrektne värvimisviis k värviga (**2 punkti**).
9. Defineeri graafi kromaatileine polünoom (**3 punkti**).
10. Mis on nullgraafi, täisgraafi, puu kromaatilised polünoomid? Anna ka tõestus (**10 punkti**).

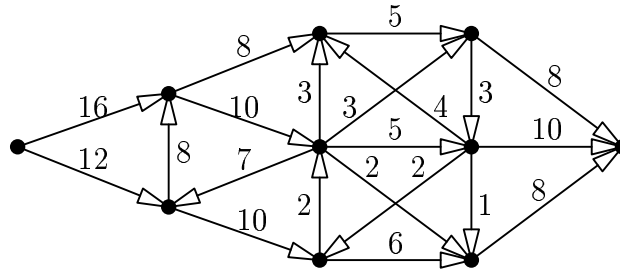
Materjale võib kasutada üks kord viie minuti jooksul. Palun mulle vaatamissoovist märku anda.

Graafide eksami ülesanded

26. jaanuar 2004

Iga ülesanne annab kuni 10 punkti

1. Olgu I graafi $G = (V, E)$ mingi maksimaalse võimsusega sõltumatu hulk ja olgu $E' \subseteq E$ kõigi nende servade hulk, mille üks otstipp kuulub hulka I ja teine otstipp hulka $V \setminus I$. Tõesta, et $|E'| + |I| \geq |V|$.
2. Olgu G blokk, mille kõik tsüklid on paarituarvulise pikkusega. Näita, et siis $G = C_{2n+1}$.
3. *Turniir* on suunatud graaf, kus iga kahe tipu vahel on täpselt üks kaar (s.t. esimesest tipust teise või teisest esimesse, aga mitte mõlemat pidi). Suunatud graafide korral saab rääkida tippude *sisend- ja väljundastmetest* — tippu suubuvate ja tipust algavate servade arvudest.
Olgu u turniiri T mingi maksimaalse väljundastmega tipp. Näita, et siis selle turniiri iga teise tipu v jaoks leidub suunatud tee u -st v -sse pikkusega ülimalt 2.
4. Leia mingi maksimaalne voog ja minimaalne lõige järgmises võrgus:



Materjale võib kasutada.