Graafid, 1. kontrolltöö järeltöö

10. november 2004

1. **(10 punkti)** Leia $|E(L(\overline{C_n}))|$.

2. **(5 punkti)** Mingi graafi $G = (V, E)$ jaoks olgu $\Delta(G) = \max_{v \in V} \deg(v)$. Näita, et igas sidusas graafis G kehtib

$$|V(G)| \leqslant 1 + \mathsf{r}(G)\Delta(G)^{\mathsf{r}(G)},$$

kus $\mathsf{r}(G)$ on G raadius.

3. **(10 punkti)** Mingi graafi $G = (V, E)$ jaoks olgu $\delta(G) = \min_{v \in V} \deg(v)$. Näita, et igas graafis G, kus $E(G) \neq \emptyset$, leidub alamgraaf $H \leqslant G$ nii, et $\delta(H) \geqslant \frac{|E(H)|}{|V(H)|} \geqslant \frac{|E(G)|}{|V(G)|}$.

4. **(10 punkti)** Olgu $G = (V, E)$ selline vähemalt kolme tipuga graaf, kus iga kahe mitte-naabertipu $u, v \in V$ jaoks $\deg(u) + \deg(v) \geqslant |V(G)| - 1$. Näita, et siis graafis G leidub Hamiltoni ahel.

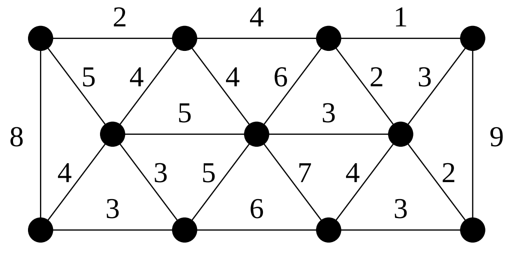
5. **(10 punkti)** Olgu $G = (V, E)$ graaf. Defineerime hulgal E seose $\approx$ järgmiselt: $e \approx e'$ parajasti siis, kui vähemalt üks järgmistest väidetest on tõene:

   - $e = e'$;
   - graafis G leidub tsükkel C nii, et $e, e' \in C$.

   Näita, et $\approx$ on ekvivalentsiseos.

6. **(10 punkti)** Näita, et sidusa graafi $G = (V, E)$ iga tipu $v \in V$ jaoks leidub graafi G selline aluspuu $T \leqslant G$, et iga $u \in V$ jaoks $d_G(u, v) = d_T(u, v)$. Siin d_G ja d_T on kaugused vastavalt graafis G ja puus T.

7. **(5 punkti)** Lahenda Hiina postiljoniprobleem järgmises graafis.



8. **(10 punkti)** Leia ülaloleva graafi minimaalse kaaluga aluspuu.

Töö eest saab ülimalt 45 punkti. Materjalide kasutamine on lubatud.