

Graafide eksami teooriaküsimused

5. jaanuar 2005

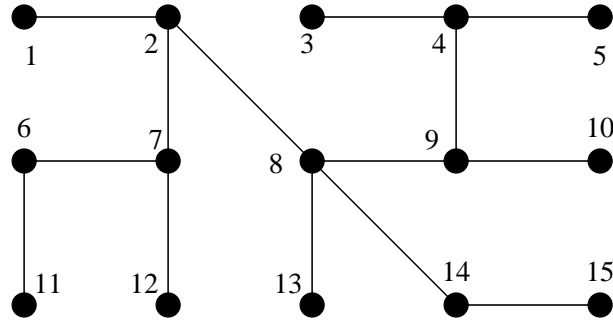
1. Defineeri graaf, lihtgraaf, ahel, lihtahel, tsükkel, kahealuseline graaf. (4 punkti)
2. Olgu G lihtgraaf. Näita, et suvalisest kahest järgnevast väitest järeljub kolmas:
 - G on sidus
 - G on tsükliteta
 - G servade arv on ühe võrra väiksem kui tippude arv. (5+5+5 punkti)
3. Defineeri mets ja puu. (2 punkti)
4. Näita, et puu on kahealuseline graaf. (5 punkti)
5. Defineeri graafi vastavus, maksimaalne vastavus ja kooskõla. (4 punkti)
6. Näita, et regulaarses kahealuselises graafis leidub kooskõla. Kui näitamisel kasutada Halli teoreemi, siis tuleb see sõnastada, aga ei pea tõestama. (15 punkti)
7. Defineeri Ramsey arvud $r(k, l)$. (5 punkti)
8. Näita, et kui $k > 1$, siis $r(k, k) \geq 2^{k/2}$. (15 punkti)

Materjale võib üks kord viie minuti jooksul vaadata. Palun mulle vaatamissoovist märku anda.

Graafide eksami ülesanded

5. jaanuar 2005

1. **(7 punkti)** Olgu G lihtgraaf, kus on n tippu, m serva ja k sidususkomponenti. Näita, et siis $m \leq (n - k)(n - k + 1)/2$.
2. **(8 punkti)** Olgu Q saadud graafist Q_3 , lisades talle ühe serva, mis vastab kuubi diagonaalile (s.t. serv on lisatud tippude vahele, mille kaugus Q_3 -s on 3). Kas Q on tasandiline? Põhjenda.
3. **(10 punkti)** Olgu G lihtgraaf, mis pole ei täisgraaf ega ka kolmega jaguva pikkusega tsüklil. Näita, et ükskõik, kuidas me ka G tippe korrektselt $\chi(G)$ värviga ei värviks, leiduvad alati kaks samavärvilist tippu, mis on teineteisest kaugusel 2.
4. **(5 punkti)** Leia järgmise märgendatud puu Prüferi kood.



5. **(5 punkti)** Leia märgendatud puu märgendite hulgaga $\{1, 2, \dots, 14\}$ ja Prüferi koodiga $(5, 4, 3, 4, 6, 4, 5, 3, 4, 8, 2, 5)$.

Ülesannete eest saab ülimalt 25 punkti. Materjalide kasutamine on lubatud.

(enne materjalide kasutamist tuleb teooriaküsimuste vastused ära anda)