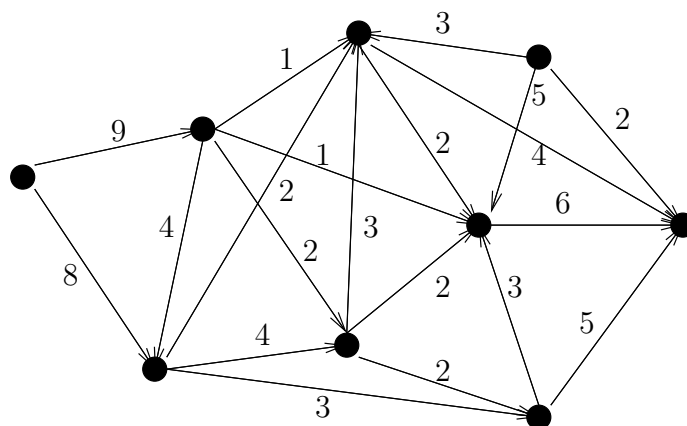


Graphs, reattempt of the 2nd test

January 19th, 2009

Exercise 1. Find the maximum flow and the minimum cut in the following network:



Exercise 2. Let \mathcal{X} be the set of all subsets of $\{1, \dots, n\}$. Let $\mathcal{X}_k \subseteq \mathcal{X}$ contain all subsets of $\{1, \dots, n\}$ with exactly k elements.

Let $k \leq n/2$. The sets \mathcal{X}_k and \mathcal{X}_{n-k} have the same number of elements. Indeed, $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$. Does there exist a bijection from \mathcal{X}_k to \mathcal{X}_{n-k} , such that each $X \in \mathcal{X}_k$ is mapped to one of its supersets?

Exercise 3. Show that a tree cannot have two different perfect matchings.

Exercise 4. We say that a graph is *uniquely* k -edge colorable, if its edges can be colored with k colors in exactly one way (*modulo* renaming of colors). In other words, all colorings with k colors give the same partition of edges into matchings.

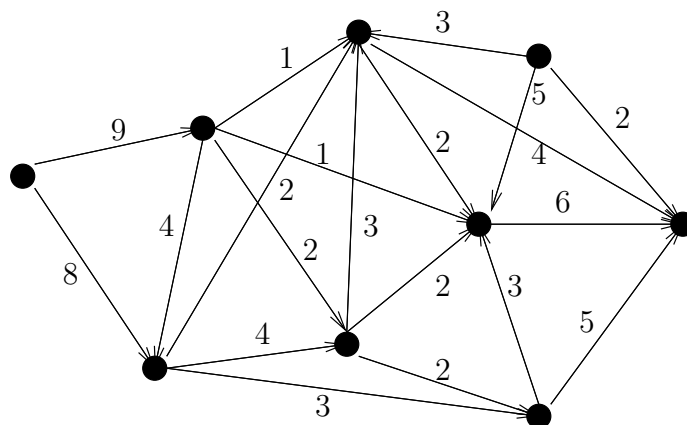
Show that uniquely 3-edge colorable 3-regular graphs are Hamiltonian.

The usage of written/printed materials is allowed.

Graafid, 2. kontrolltöö järeltöö

19. jaanuar 2009

Ülesanne 1. Leia järgmises võrgus maksimaalne voog ning samuti minimaalne lõige.



Ülesanne 2. Olgu \mathcal{X} hulga $\{1, \dots, n\}$ kõigi alamhulkade hulk. Olgu \mathcal{X}_k hulga $\{1, \dots, n\}$ kõigi k -elementiliste alamhulkade hulk.

Olgu $k \leq n/2$. Hulkade \mathcal{X}_k ja \mathcal{X}_{n-k} võimsused on võrdsed. Tõepoolest, $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$. Kas aga leidub selline bijektsioon hulgast \mathcal{X}_k hulka \mathcal{X}_{n-k} , mis seab igale hulgale $X \in \mathcal{X}_k$ vastavusse mõne tema ülemhulkadest?

Ülesanne 3. Näita, et puul ei saa olla kahte erinevat täielikku kooskõla.

Ülesanne 4. Graaf servad on k värviga *üheselt* värvitavad, kui neid saab värvida k värviga ühelainsal viisil, arvestamata värvide ümbernimetamist. Teisisõnu, kõik selle graafi servade värvimised k värviga peavad andma ühe ja sama servade tükelduse kooskõladeks.

Näita, et kui kolm-regulaarse graafi servad on üheselt värvitavad kolme värviga, siis see graaf on Hamiltoniline.