

Graphs, 3rd test

December 19th, 2008

Exercise 1. Do simple planar graphs with n vertices and (exactly) $3n - 6$ edges exist for each $n \geq 3$?

Exercise 2. For any $n \in \mathbb{N}$, define the simple graphs G_n as follows:

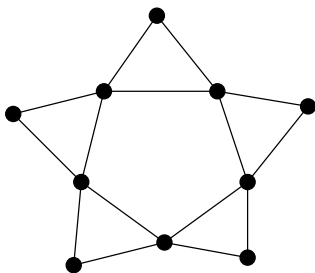
- the set of vertices of G_n is $\{1, 2, \dots, n\}$;
- two numbers $x, y \in \{1, \dots, n\}$ are connected with an edge iff $x \mid y$ or $y \mid x$.

For which values of n is G_n planar?

Hint. A graph is called *outerplanar* if it can be drawn on a plane so, that there is a face containing all vertices of the graph. A graph is outerplanar iff it contains no subgraphs homeomorphic to K_4 or $K_{2,3}$.

Exercise 3. Show that if $k \geq 2$, then $r(k, l + 1) - r(k, l) \geq 1$ for any $l \geq 1$.

Exercise 4. How many valid colorings with three colors does the following graph have?



The usage of written/printed materials is allowed.

Graafid, 3. kontrolltöö

19. detsember 2008

Ülesanne 1. Kas iga $n \geq 3$ jaoks leidub tasandiline lihtgraaf, millel on n tippu ja täpselt $3n - 6$ serva?

Ülesanne 2. Iga $n \in \mathbb{N}$ jaoks defineerime lihtgraafi G_n järgmiselt:

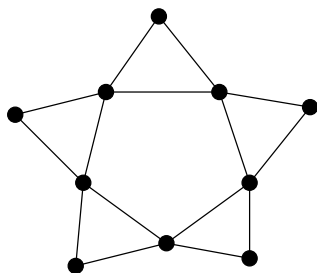
- graafi G_n tipuhulk on $\{1, 2, \dots, n\}$;
- kaks arvu $x, y \in \{1, \dots, n\}$ on servaga ühendatud parajasti siis, kui $x \mid y$ või $y \mid x$.

Milliste n väärtuste jaoks on G_n tasandiline?

Vihje. Nimetame graafi *välistasandiliseks*, kui teda on võimalik tasandile joonistada nii, et leidub tahk, mille juurde jäävad selle graafi kõik tipud. Graaf on välistasandiline parajasti siis, kui temas ei leidu alamgraafe, mis on homöomorfsed graafiga K_4 või $K_{2,3}$.

Ülesanne 3. Näita, et kui $k \geq 2$, siis $r(k, l + 1) - r(k, l) \geq 1$ iga $l \geq 1$ jaoks.

Ülesanne 4. Mitu erinevat korrektset värvimisviisi kolme värviga on alloleval graafil?



Paberkandjal materjale tohib kasutada.